

CONJUNTOS

Estándar: Pensamiento numérico

Logro: Establece relaciones y realiza operaciones entre conjuntos.

Posibles procesos a evaluar:

- Solución de problemas
- Comunicación
- Conexiones o relación de conceptos adquiridos
- Razonamiento lógico

Metodología:

- Lectura del tema
- Socialización de la información por parte del docente en el tablero
- Trabajo del taller por equipos
- Discusión
- Socialización de la discusión del trabajo en equipos (solución de dudas).
- Evaluación

DEFINICIONES

NOCIÓN DE CONJUNTO

Un conjunto es una agrupación cualquiera de objetos con una característica específica que permite determinar con certeza si un objeto pertenece o no pertenece a la agrupación.

Los conjuntos se nombran con len-as mayúsculas como:

$A, B, C, \dots X, Y, Z.$

Los objetos que forman parte de un conjunto se llaman elementos y éstos se simbolizan con letras minúsculas: $a, b, c, \dots x, y, z.$

DEFERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Un conjunto se puede determinar de dos maneras:

1. **Por extensión**, cuando se nombran uno a uno sus elementos. Los elementos se separan con comas, por ejemplo:

$$A = \{\text{amarillo, azul, rojo}\}$$

2. **Por comprensión**, cuando se enuncia una propiedad común a todos los elementos:

$$A = \{x/x \text{ es un color de la bandera colombiana}\}$$

NOTA: Cuando un conjunto se determina por comprensión, es importante enunciar la propiedad con tal precisión, que permita identificar cada uno de los elementos que hacen parte del conjunto.

Ejemplos:

1. Determinar por comprensión el conjunto $M = \{0, 5, 10, 15, 20\}.$

Solución

$$M = \{x/x \text{ es un múltiplo de 5 menor que 25}\}$$

2. Determinar por extensión el conjunto $P = \{a, m, o, r\}.$

Solución

$$P = \{x/x \text{ es una letra de la palabra aroma}\}$$

Cabe anotar que aunque en la palabra aroma, la a es un elemento que aparece dos veces, al nombrar al conjunto por extensión, este elemento se escribe una sola vez.

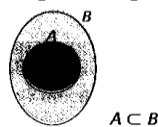
TAREA: consultar y realizar ejemplos de: conjunto vacío, conjunto unitario, conjunto finito, conjunto infinito y conjunto referencial o universal.

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Relación Elemento Conjunto: Es la relación que se establece entre un electo y un conjunto se conoce como **relación de pertenencia** ($\in$) o **no pertenencia** ($\notin$).

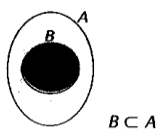
Así, si $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, se puede afirmar que $1 \in A, 2 \in A, 3 \in A, 4 \in A, 5 \in A$ y $7 \notin A, t \notin A.$

Relación entre conjuntos: Dados dos conjuntos A y B , entre ellos se pueden presentar cinco relaciones, así:



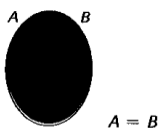
- Todos los elementos de A son también elementos de B . En este caso, se dice que A está incluido en B y se simboliza $A \subset B$.

Es decir, $A \subset B \Leftrightarrow$ para todo x , si $x \in A$, entonces, $x \in B$.



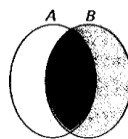
- Todos los elementos de B son también elementos de A . En este caso, se dice que B está incluido en A y se simboliza $B \subset A$.

Es decir, $B \subset A \Leftrightarrow$ para todo x , si $x \in B$, entonces $x \in A$.

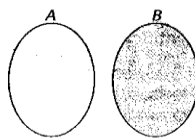


- Todos los elementos de A son elementos de B y todos los elementos de B son elementos de A . En este caso, se dice que A es igual a B y se simboliza $A = B$.

Es decir, $A = B \Leftrightarrow A \subset B, \wedge, B \subset A$.



- A y B tienen algunos elementos comunes. En este caso se dice que A no está incluido en B o que B no está incluido en A y se simboliza $A \not\subset B$ o $B \not\subset A$, respectivamente.



- A y B no tienen ningún elemento en común. En este caso, se dice que A y B son conjuntos disjuntos o disjuntos.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

UNIÓN DE CONJUNTOS

Dados dos conjuntos A y B , el conjunto formado por los elementos que pertenecen tanto a A como a B , se denomina **unión** de los conjuntos A y B . La unión entre los conjuntos A y B se nota $A \cup B$.

La unión entre A y B se determina por comprensión así

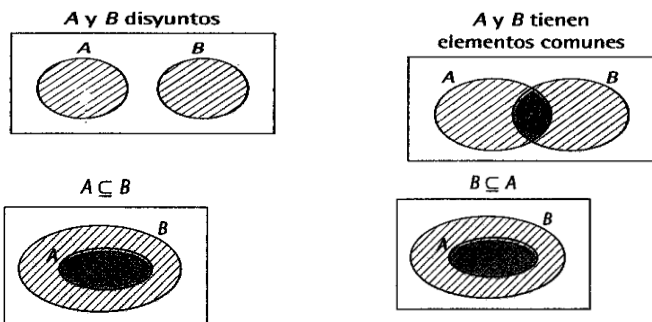
$$A \cup B = \{x/x \in A, \vee, x \in B\}$$

Por ejemplo, dados $A = \{1, 2, 3, 7\}$ y $B = \{6, 7, 8, 9\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$$

NOTA: Los elementos repetidos de la unión entre conjuntos se escribe solamente una vez.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA UNIÓN DE CONJUNTOS



Ejempl:
Hallar la unión entre los siguientes conjuntos:

- a. $A \cup B$ c. $B \cup C$
b. $A \cup D$ d. $(A \cup B) \cup D$

Solución

- a. $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
b. $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$
c. $B \cup C = \{6, 8, 10, 12\} = B$ (nótese que $C \subset B$)
d. $(A \cup B) \cup D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$

INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Dados dos conjuntos A y B, el conjunto formado por los elementos que pertenecen tanto a A, como a B, se denomina **intersección** de los conjuntos A y B. La intersección entre los conjuntos A y B se nota $A \cap B$.

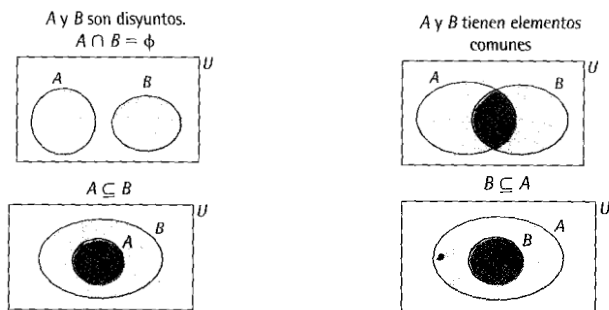
Y se determina por comprensión así:

$$A \cap B = \{x/x \in A, \wedge, x \in B\}$$

Por ejemplo, dados $A = \{1, 2, 3, 6, 7\}$ y $B = \{6, 7, 8, 9\}$

$$A \cap B = \{6, 7\}$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA INTESECCION DE CONJUNTOS



COMPLEMENTO DE CONJUNTOS

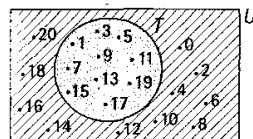
Si A es un conjunto contenido en un conjunto universal U, el **complemento** de A, es el conjunto formado por los elementos que están en U y que no están en A. El complemento de A se nota A^c y se representa matemáticamente así:

$$A^c = \{x/x \in U, \wedge, x \notin A\}$$

Por ejemplo,

si $U = \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$ y $T = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
entonces, $T^c = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

COMPLEMENTO DE CONJUNTOS



DIFERENCIA

Dados dos conjuntos A y B, la **diferencia** entre A y B, se define como el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y no pertenecen al conjunto B. Se nota $A - B$ y se determina por comprensión así:

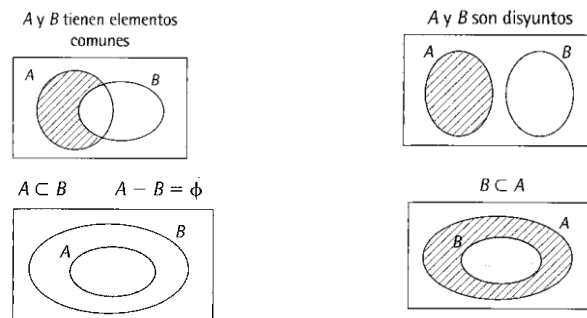
$$A - B = \{x/x \in A, \wedge, x \notin B\}$$

Por ejemplo, dados los conjuntos

$A = \{2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ y $B = \{4, 7, 10, 13, 15\}$ la diferencia entre A y B es

$$A - B = \{2, 5, 9\}$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA DIFERENCIA



TALLER D3E CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS

1. La colección Venus, Saturno, Marte, Tierra, Mercurio, Júpiter, Urano, Neptuno, Plutón, ¿puede considerarse un conjunto? ¿Por que?

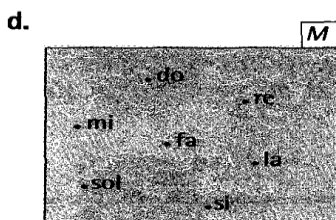
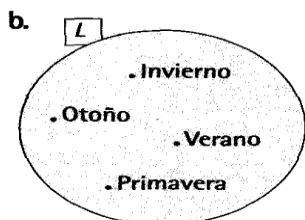
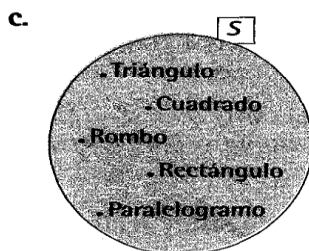
2. Sean los conjuntos $M = \{m, r, a, t\}$ y $N = \{a, e, i, o, u\}$. Determinar el valor de verdad de cada afirmación y justificar la respuesta.

- | | |
|-----------------|--------------------------------|
| a. $m \notin M$ | g. $m \in M \wedge m \in N$ |
| b. $a \in N$ | h. $t \in M \wedge t \notin N$ |
| c. $r \in M$ | i. $a \notin M \wedge a \in N$ |
| d. $u \notin M$ | j. $u \notin M \wedge u \in N$ |
| e. $u \notin N$ | k. $o \notin M \vee o \in N$ |
| f. $o \notin N$ | l. $a \in M \wedge a \in N$ |

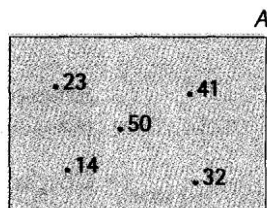
3. Investigar los elementos que pertenecen a cada uno de los siguientes conjuntos y luego representarlos en un diagrama de Venn.

- $S = \{x/x \text{ es una raza canina}\}$
- $N = \{x/x \text{ es el departamento de Colombia con menor extensión}\}$
- $P = \{x/x \text{ es un movimiento de la Tierra}\}$
- $Q = \{x/x \text{ es un país donde habita el oso de anteojos}\}$

4. Observar los diagramas de Venn. Luego escribir cada conjunto por extensión y por comprensión.



5. Observar el diagrama.



Además de ser números de dos cifras, los elementos del conjunto A tienen una característica común.

b. Determinar por comprensión el conjunto A.

a. ¿Cuál es esta característica?

6. Determinar por comprensión los siguientes conjuntos.

- $T = \{10, 12, 14, 16\}$
- $X = \{11, 13, 15, 17\}$
- $M = \{0, 1, 2, 3\}$
- $J = \{7, 9, 11\}$

7. Observar los conjuntos y determinar sus elementos. Luego, escribir la clase de conjunto que es cada uno.

- $F = \{x/x \text{ es un número dígito}\}$
- $M = \{x/x \text{ es el actual presidente de Colombia}\}$
- $T = \{x/x \text{ es un elefante volador}\}$
- $J = \{x/x \text{ es un número natural}\}$
- $Q = \{1, 3, 5, \dots, 33, 35, 37, 39\}$
- $S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$
- $N = \{x/x \text{ es un planeta de nuestro sistema solar}\}$
- $O = \{x/x \text{ es un alumno del grado sexto}\}$
- $R = \{x/x \text{ es un gato con cinco patas}\}$
- $E = \{x/x \text{ es un hombre mayor de 200 años}\}$

8. Si $X = \{i, 2, 3\}$; $Y = \{i, 2, 3, 4, 5\}$; $Z = \{3, 4\}$ y $M = \{1, 2, 3, 4\}$, determinar el valor de verdad de los siguientes enunciados:

- $X \subseteq Z$
- $Y \subseteq Z$
- $Z \subseteq M$
- $Z \subseteq Y$
- $Y \subseteq M$
- $M \subseteq X$
- $1 \in X \wedge 1 \in Y$
- $3 \in Y \wedge 3 \notin Z$
- $4 \in M \wedge 4 \in X$
- $3 \in M \wedge 3 \in Y$
- $1 \in Y \wedge 1 \in M$
- $5 \in M \wedge 5 \notin Y$

9. Dados los conjuntos:

- $$\begin{aligned} W &= \{1, 3, 5, 7, 9\} & Z &= \{a, e, i, o, u\} \\ N &= \{a, b, c, d, e, f\} & J &= \{5, 6, 7, 8, 9\} \\ T &= \{8, 10, 12, 14\} & Q &= \{h, i, j, l, o\} \end{aligned}$$

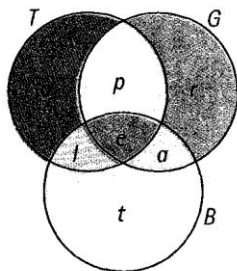
Escribir en el cuaderno los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos.

- $J \cup N$
- $Q \cup W$
- $T \cup Z$
- $W \cup J$
- $N \cup Z$
- $T \cup J$
- $Z \cup Q$
- $N \cup Q$

10. Determinar cada conjunto por extensión. Luego, determinar por extensión cada una de las uniones dadas.

- $$\begin{aligned} T &= \{x/x \text{ es un número par menor que } 11\} \\ Z &= \{x/x \text{ es un número impar menor que } 12\} \\ F &= \{x/x \text{ es un número mayor que } 3 \text{ y menor que } 10\} \\ H &= \{x/x \text{ es un número impar mayor que } 4 \text{ y menor que } 13\} \end{aligned}$$
- $T \cup Z$
 - $T \cup F$
 - $Z \cup F$
 - $Z \cup T$
 - $F \cup T$
 - $F \cup Z$
 - $T \cup T$
 - $Z \cup Z$

11. Observar el diagrama de Venn y determinar por extensión cada conjunto.



- a. T c. B e. $T \cup B$
b. G d. $T \cup G$ f. $T \cup G \cup B$

12. BIOLOGÍA. En la siguiente tabla se muestra la clase y el hábitat de algunos animales.

Animal	Clase	Hábitat
Ballena	Mamíferos	Acuático
Caballo	Mamíferos	Terrestre
Avestruz	Aves	Terrestre
Delfin	Mamíferos	Acuático
Gallina	Aves	Terrestre
Loro	Aves	Terrestre

De acuerdo con la información de la tabla, determinar por extensión los siguientes conjuntos.

- a. $M = \{x/x \text{ es un animal mamífero}\}$
b. $A = \{x/x \text{ es un ave}\}$
c. $V = \{x/x \text{ es un animal acuático}\}$
d. $T = \{x/x \text{ es un animal terrestre}\}$

Hallar:

- e. $M \cup A$ j. $M \cup V \cup T$
f. $M \cup V$ k. $M \cup A \cup V$
g. $T \cup M$ l. $A \cup V \cup T$
h. $A \cup V$ m. $M \cup T \cup A$
i. $A \cup T$ n. $V \cup A \cup T$

13. Dados los conjuntos:

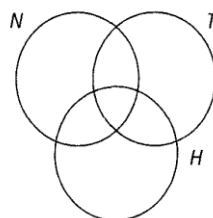
$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $U = \{1, 2, 3, 5, 9, 10\}$,
 $T = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ y $V = \{3, 7, 9, 11\}$

Determinar por extensión los siguientes conjuntos:

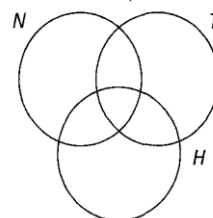
- a. $S \cap T$ d. $U \cap T$ g. $T \cap U \cap S$
b. $T \cap U$ e. $U \cap V$ h. $S \cap U \cap V$
c. $V \cap S$ f. $U \cap S$ i. $T \cap U \cap V$

14. Rayar la intersección indicada en cada diagrama de Venn.

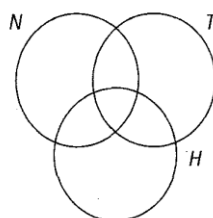
a. $N \cap T \cap H$



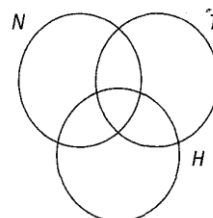
c. $T \cap H$



b. $N \cap T$

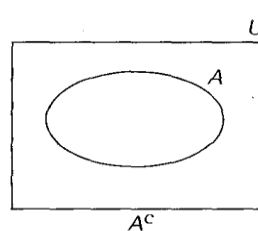


d. $N \cap H$

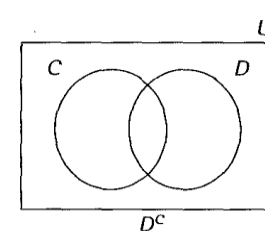


15. Rayar el complemento indicado en cada diagrama de Venn.

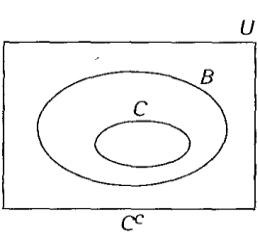
a.



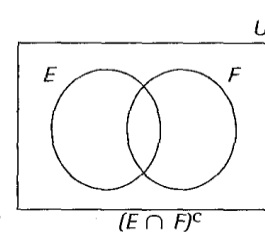
d.



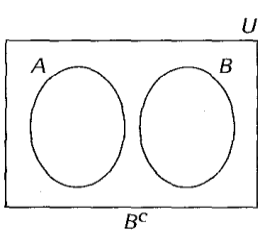
b.



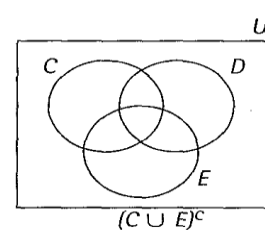
e.



c.



f.



16. Dados los conjuntos:

$A = \{\text{rana, iguana, cocodrilo, lagartija}\}$
 $B = \{\text{serpiente, lagartija, iguana}\}$

Determinar por extensión los siguientes conjuntos:

- a. $A - B$
b. $B - A$

Bibliografía: Santillana. Aritmética y Geometría, Matemáticas CEI 3, Serie de Formación Integral.

Educador: Juan Carlos Duarte Giraldo

Institución: Presbítero Luís Rodolfo Gómez