

NUMEROS ENTEROS SUMA Y RESTA

Estándar: Pensamiento numérico

Criterio de desempeño: suma resta y reconoce sus propiedades en los números enteros.

Posibles procesos a evaluar:

- Solución de problemas
- Comunicación
- Conexiones o relación de conceptos adquiridos
- Razonamiento lógico

Metodología:

- Lectura del tema
- Socialización de la información por parte del docente en el tablero
- Trabajo del taller por equipos
- Discusión
- Socialización de la discusión del trabajo en equipos (solución de dudas).
- Evaluación.

Definiciones

SUMA DE NUMEROS ENTEROS

Propiedades:

La adición de números enteros cumple las siguientes propiedades:

1. **Clausurativa.** La adición de dos números enteros siempre da como resultado un número entero.

En general, si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a + b \in \mathbb{Z}$.

Por ejemplo:

$$(-12) \in \mathbb{Z} \text{ y } (-18) \in \mathbb{Z}; (-12) + (-18) = (-30) \text{ y } (-30) \in \mathbb{Z}$$

2. **Asociativa.** Al agrupar los sumandos de diferente manera, siempre se obtiene el mismo resultado.

$$\text{Si } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ y } c \in \mathbb{Z}, \text{ entonces} \\ (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b.$$

Por ejemplo:

$$[(-6) + (-12)] + 5 = (-18) + 5 = (-13)$$

$$(-6) + [(-12) + 5] = (-6) + (-7) = (-13)$$

Por lo tanto,

$$[(-6) + (-12)] + 5 = (-6) + [(-12) + 5]$$

3. **Conmutativa.** El orden en que se realiza la adición de dos números enteros no altera el resultado.

Es decir, si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a + b = b + a$.

Por ejemplo:

$$18 + (-15) = 3 \text{ y } (-15) + 18 = 3. \text{ Luego, } 18 + (-15) = (-15) + 18$$

4. **Elemento neutro.** Todo número entero adicionado con cero da como resultado el mismo número entero. El 0 recibe el nombre de **elemento neutro** o **módulo** de la adición.

Es decir, existe $0 \in \mathbb{Z}$ tal que $0 + a = a + 0 = a$ para todo $a \in \mathbb{Z}$.

Por ejemplo: $(-24) + 0 = 0 + (-24) = (-24)$

5. **Inverso aditivo u opuesto.** Todo número entero sumado con su opuesto da como resultado el módulo de la adición.

Es decir, para todo $a \in \mathbb{Z}$, existe $(-a) \in \mathbb{Z}$ tal que $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Por ejemplo: $(-9) + 9 = 9 + (-9) = 0$

9 es el inverso aditivo de (-9) y también (-9) es el inverso aditivo de 9.

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

En la sustracción $a - b = c$, a se llama **minuendo**, b se llama **sustraendo** y c se llama **diferencia**.

Para hallar la diferencia entre dos números enteros, se suma el minuendo con el opuesto del sustraendo.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{Z} \text{ entonces } a - b = a + (-b).$$

Por ejemplo:

$$\bullet (-78) - 39 = (-78) + (-39) = -117$$

$$\bullet 15 - 23 = 15 + (-23) = -8$$

La sustracción de números enteros es clausurativa, es decir, la resta de dos números enteros siempre da como resultado un número entero.

Así, $4, (-7) \in \mathbb{Z}$ y $4 - (-7) = 4 + 7 = 11$ y $11 \in \mathbb{Z}$.

Simplificación de signos para operar con números enteros

Una manera fácil para calcular operaciones con números enteros es suprimir los signos de agrupación.

• Para suprimir un paréntesis precedido por el signo +, se dejan las cantidades que están dentro de él con el mismo signo.

$$\text{Por ejemplo, } 7 + (-4) = 7 - 4$$

• Para suprimir un paréntesis precedido por el signo -, se cambia el signo de las cantidades que están dentro de él.

$$\text{Así, } 8 - (+6) = 8 - 6$$

Una vez que se suprimen los signos de agrupación, para hallar el resultado de la operación se debe tener en cuenta que:

• Dos cantidades de igual signo se suman y al resultado se le antepone el signo común.

• Dos cantidades de diferente signo se restan y al resultado se le antepone el signo del que tenga mayor valor absoluto.

Ejemplos:

1. Resolver las siguientes operaciones.

a. $(-3) + (-4) - (-2)$

b. $5 + (-11) + (-2)$

c. $(-2) + (-5) - (-3) - (-6)$

Solución

Se suprimen los signos de agrupación, teniendo en cuenta las reglas dadas, así:

a. $(-3) + (-4) - (-2) = -3 - 4 + 2 = -5$

b. $5 + (-11) + (-2) = 5 - 11 - 2 = -8$

c. $(-2) + (-5) - (-3) - (-6) = -2 - 5 + 3 + 6 = 2$

2. Resolver las siguientes expresiones:

a. $-[(-8) + 5 + (-3) - (-10)]$

b. $-3 - [-5 - (-2 + 1 - (-3)) - 1]$

Solución

Se suprimen los signos de agrupación iniciando por los paréntesis y finalizando por los corchetes, así:

a. $-[(8) + 5 + (-3) - (-10)]$

$$= -[-8 + 5 - 3 + 10]$$

$$= +8 - 5 + 3 - 10$$

$$= +8 + 3 - 5 - 10 = -4$$

b. $-3 - [-5 - (-2 + 1 - (-3)) - 1]$

$$= -3 - [-5 - (-2 + 1 + 3) - 1]$$

$$= -3 - [-5 + 2 - 1 - 3 - 1]$$

$$= -3 - [-8]$$

$$= -3 + 8 = 5$$

TALLER DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS

1. Realizar las siguientes adiciones

- a. $5 + 2$
- b. $28 + 3$
- c. $17 + 11$
- d. $9 + 4$
- e. $-17 - 3$
- f. $-79 - 11$
- g. $(-280) + (-20)$
- h. $-25 + (-8)$
- i. $(-8) + (-13)$
- j. $(-3) + (-7)$
- k. $(+4) + (-5)$
- l. $(+12) + (-12)$
- m. $25 + (-13)$
- n. $17 + (-4)$
- o. $(-32) + (+48)$
- p. $(-12) + (+3)$
- q. $-72 + 22$
- r. $-20 + (+20)$

2. Representar cada suma en una recta numérica.

- a. $4 + (-2)$
- b. $5 + (-5)$
- c. $(-2) + 5$
- d. $(-5) + 9$
- e. $(-6) + 10$
- f. $12 + (-13)$

3. Realizar las siguientes operaciones:

- a. $(+2) + (+5) + (+4) + (+3)$
- b. $(+15) + (+1) + (+22)$
- c. $(+30) + 4 + 9 + (+15)$
- d. $(-7) + (-5) + (-3) + (-6)$
- e. $(-2) + (-7) + (-6) + (-8)$
- f. $(-8) + (+10) + (-2) + (+4)$
- g. $(+4) + (+6) + (-3) + (-8)$

4. Resolver los siguientes problemas:

- a. La temperatura en una ciudad, medida a las 8 de la mañana, es de 8°C ; de 8 a.m. a 10 a.m., la temperatura aumentó 3 grados; de 10 a.m. a 2 p.m. la temperatura aumentó 6°C ; de 2 p.m. a 5 p.m. no varió; de 5 p.m. a 7 p.m. bajó 4°C ; de 7 p.m. a 9 p.m. bajó 3°C y de 9 p.m. a 12 p.m. bajó 7°C . ¿Cuál es la temperatura a las 12 de la noche?
 - b. Un buzo que está estudiando la fauna marina desciende a una profundidad de 5 m con respecto al nivel del mar. Luego sube 2 m, vuelve a descender 3 m, luego sube 4 m. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo?
 - c. Alejandro Magno nació en el año 356 a. de C. y vivió 32 años. ¿En qué año tuvo lugar el 2000 aniversario de su muerte?
 - d. De una depuradora de agua que contenía 4.500 litros se sacaron 2.500 litros, después se depositaron 4.000 litros y por último se sacaron 6.000 litros. ¿Cuántos litros contiene ahora la depuradora?
 - e. La temperatura del agua de un recipiente se somete a las siguientes variaciones: aumenta 22°C y luego disminuye 7°C . Si la temperatura final es de 30°C , ¿cuál era la temperatura inicial del agua?
5. Escribir la propiedad de suma de enteros que representa la igualdad:
- a. $(-5) + (+2) = (+2) + (-5)$
 - b. $[(-1) + (-4)] + (-2) = (-1) + [(-4) + (-2)]$

- c. $(-9) + 9 = 0$
- d. $(-15) + 0 = -15$
- e. $(-14) + (-3) = -17$

6. Resolver las siguientes restas:

- a. $17 - 8$
- b. $15 - 10$
- c. $7 - 4$
- d. $89 - 43$
- e. $2 - 16$
- f. $62 - 91$
- g. $-4 - 10$
- h. $-15 - 26$
- i. $-78 - 0$
- j. $-7 - (-4)$
- k. $23 - (+15)$
- l. $16 - (-2)$

7. Plantear y resolver las siguientes operaciones:

- a. De 5 restar 2
- b. De (-8) restar 6
- c. De 72 restar (-9)
- d. De 25 restar (-25)
- e. De (-18) restar (-18)
- f. De 0 restar (-28)
- g. De (-2) restar 0
- h. De 18 restar 23
- i. Restar (-24) de (-36)
- j. Restar 14 de 52
- k. Restar 6 de (-9)
- l. Restar (-12) de 45
- m. Restar (-8) de (-2)
- n. Restar 0 de (-72)
- o. Restar -15 de 0
- p. Restar (-54) de (-93)

8. Eliminar los signos de agrupación:

- a. $(-2) - (-7) - (-6)$
- b. $(+4) + (+3) - (+10)$
- c. $-(-1) - (+5) - (+9)$
- d. $+(-8) - (-13) + (-4)$
- e. $(-2) + (+3) - (-5)$
- f. $(-4) + (-6) - (-3) + (-9) - (-5)$
- g. $(+7) - (+2) + (-5) - (+18) + (-3)$
- h. $-(-6) + (-2) - (-16) + (-4) - (-7)$
- i. $(14 - 8) - (29 - 19)$
- j. $-5 - (-3 + 2) + 4$
- k. $-(8 - 22) + (-14 - 13 + 5) - (-2 - 3) + 1$
- l. $6 - [-4 + (-2 - 1) - (+3 - 4)] + 7$
- m. $[-2 - (-1 - 8) + (-7 - 3)]$
- n. $(-5) - [(-4 + 2) + 3 - (-7 - 2)] + 5$
- o. $29 - \{-3 + [-5 - (6 - 8) + (-3 - 1)]\}$
- p. $\{[(-8 + 5) - (-3 + 10)] - [-(5 - 6)]\}$
- q. $- \{-6 + [-2 - 8 + (-4 - 3 - 5 - 2)]\} + 15$

9. Resolver:

Sean $p = -3$, $q = 4$ y $r = -1$.

Verificar que:

- a. $p - q \neq q - p$
- b. $(p - q) - r \neq p - (q - r)$
- c. $0 - p \neq p - 0$

10. Resolver el problema:

Patricia debe en el "Almacén el barato", donde tiene crédito, \$96.000, abona \$38.000 a la cuenta, pero al día siguiente sacó a crédito un par de zapatos por \$40.000 y una blusa de \$23.500. Al finalizar la semana, Patricia abona \$42.700 a su cuenta. ¿Cuál es el saldo que tiene Patricia en el almacén?

Bibliografía: Santillana. *Aritmética y Geometría, Matemáticas CEI 3, Serie de Formación Integral.*

Educador: Juan Carlos Duarte Giraldo

Institución: Presbítero Luís Rodolfo Gómez