NUMEROS ENTEROS
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
Estándar: Pensamiento numérico
Criterio de desempeño: Multiplica divide y reconoce sus propiedades en los números enteros
Posibles procesos a evaluar:
- Solución de problemas
- Comunicación
- Conexiones o relación de conceptos adquiridos
- Razonamiento lógico

Metodología:
- Lectura del tema
- Socialización de la información por parte del docente en el tablero
- Trabajo del taller por equipos
- Discusión
- Socialización de la discusión del trabajo en equipos (solución de dudas).
- Evaluación

Definiciones
MULTIPLICACIÓN DE NUMEROS ENTEROS

LEY DE LOS SIGNOS
(+)(+) = (+)
(−)(−) = (+)
(+)(−) = (−)
(−)(+) = (−)

La multiplicación de dos números enteros a y b es un número entero c llamado producto.

Para multiplicar números enteros,
1. Se multiplican los números sin tener en cuenta el signo.
2. Se determina el signo del producto, utilizando la ley de los signos que da dos posibilidades.
• Si los dos factores son de igual signo, el producto es positivo. Por ejemplo,
$3 \times 15 = 45$ $\quad$ $(-3) \times (-15) = 45$
• Si los dos factores son de diferente signo, el producto es negativo. Por ejemplo,
$(-8) \times (3) = -24$ $\quad$ $(5) \times (-6) = -30$
Nota: Para multiplicar más de dos números enteros, se multiplican los signos entre sí y se calcula el producto de los valores absolutos de todos los factores.

Ejemplo:
Resolver la multiplicación (—9) x (—11) x (—5).
Solución
Se multiplican los signos (—)(—)(—) = — y luego se multiplican los valores absolutos de los factores
9 x 11 x 5= 495.
Por lo tanto,
(—9) x (—11) x (—5) = — 495

Propiedades del producto

El producto de números enteros cumple las siguientes propiedades.

1. **Clausurativa.** El producto de dos números enteros siempre da como resultado un número entero.
En general, si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a \cdot b \in \mathbb{Z}$.
Por ejemplo:
$(-15) \in \mathbb{Z}$ y $(-7) \in \mathbb{Z}$; $(-15) \times (-7) = 105$ y $105 \in \mathbb{Z}$.

2. **Asociativa.** Tres o más enteros se pueden agrupar de diferente manera y el resultado no varía.
En general, si $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ y $c \in \mathbb{Z}$, entonces $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
Por ejemplo:
$[(-9) \times (-12)] \times 5 = 108 \times 5 = 540$
$(-9) + [(-12) \times 5] = (-9) \times (-60) = 540$
Por lo tanto, $[(-9) \times (-12)] \times 5 = (-9) \times [(-12) \times 5]$

3. **Conmutativa.** El orden en que se realiza la multiplicación de dos números enteros no altera el resultado.
En general, si $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z}$, entonces $a \cdot b = b \cdot a$
Por ejemplo:
$24 \times (-11) = (-264)$ y $(-11) \times 24 = (-264)$
Luego, $24 \times (-11) = (-11) \times 24$

4. **Elemento neutro.** Todo número entero multiplicado por uno da como resultado el mismo número entero. El 1 recibe el nombre de **elemento neutro** o **módulo** de la multiplicación.
En general, existe $1 \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ para todo $a \in \mathbb{Z}$.
Por ejemplo:
$1 \times (-35) = (-35)$ y $(-35) \times 1 = (-35)$

5. **Elemento nulo.** Todo número entero multiplicado con cero da como resultado cero.
En general, si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.
Por ejemplo:
$(-27) \times 0 = 0$ y $0 \times (-27) = 0$

6. **Distributiva.** Es la propiedad que relaciona la adición o sustracción y la multiplicación de números enteros.
En general, si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ entonces $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$.
Por ejemplo:
$$5 \times [7 + (-11)] = 5 \times 7 + 5 \times (-11)$$
$$= 35 + (-55)$$
$$= -20$$

DIVISIÓN DE NUMEROS ENTEROS

LEY DE LOS SIGNOS
(+) ÷ (+) = +
(+) ÷ (−) = −
(−) ÷ (+) = −
(−) ÷ (−) = +

La división es la operación que permite encontrar uno de los factores desconocidos de la multiplicación, cuando se conoce el producto y el otro factor.

Para indicar la división entre a y b se utiliza la notación $a \div b$ o $\frac{a}{b}$, donde a se llama dividendo y b divisor.

Pára hallar el cociente de dos números enteros se debe tener en cuenta que:

1. La división de dos enteros de igual signo es positiva, por ejemplo:
$$(-45) \div (-9) = 5 \text{ porque } 5 \times (-9) = (-45) \text{ y}$$
$$64 \div 16 = 4 \text{ porque } 4 \times 16 = 64$$
2. La división de dos enteros de diferente signo es negativa, por ejemplo:
$$(-36) \div 12 = (-3) \text{ porque } (-3) \times (12) = (-36) \text{ y}$$
$$28 \div (-7) = (-4) \text{ porque } (-4) \times (-7) = 28$$
3. El cociente de cualquier número entero entre 1 es el mismo número entero, por ejemplo:
$(-65) \div 1 = -65$ porque $-65 \times 1 = -65$
$87 \div 1 = 87$ porque $87 \times 1 = 87$
4. El cociente de cero entre cualquier número entero diferente de cero es cero.
$0 \div (-96) = 0$ porque $0 \times (-96) = 0$

Ejemplo:

Verificar que la división de enteros no cumple las propiedades clausurativa, conmutativa, asociativa y distributiva.

Solución

1. **Clausurativa:** $2 \in \mathbb{Z}$ y $(-48) \in \mathbb{Z}$ pero la operación $2 \div (-48) \notin \mathbb{Z}$
2. **Conmutativa:** $(-45) \div (-5) = 9$ pero $(-5) \div (-45) \notin \mathbb{Z}$
3. **Asociativa:** $(24 \div 2) \div (-3) = 12 \div (-3) = (-4)$, pero
$24 \div [2 \div (-3)]$ no tiene solución porque $(2 \div (-3)) \notin \mathbb{Z}$
4. **Modulativa:** $(-8) \div 1 = (-8)$ pero $1 \div (-8) \notin \mathbb{Z}$
5. **Distributiva:** $[(-12) + (-8)] \div 5 = (-20) \div 5 = (-4)$ pero
$(-12) \div 5 \notin \mathbb{Z}$ y $(-8) \div 5 \notin \mathbb{Z}$ por lo tanto
$[(-12) + (-8)] \div 5 \neq (-12) \div 5 + (-8) \div 5$

TALLER DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS

1. Completar la siguiente tabla

×	0	−5	7	8	−9	10	13
−2							
3							
−4							
1							
−1							
5							
−6							
−4							

2. Señalar en el cuadro las filas, las columnas y las diagonales que contienen factores cuyo producto es positivo.

−2	−3	−7
−6	−1	−8
+8	−4	−5

3. Hallar los siguientes productos

a. $(3)(2)(5)$
b. $(+7)(+3)(+4)$
c. $(-8)(-2)(-6)$
d. $-(+9)(-4)(+1)$
e. $-(8)(5)(2)(3)$
f. $(-10)(-1)(2)(3)$
g. $(+4)(+9)(-5)(-6)$
h. $(-6)(-4)(-2)(+7)$
i. $(2)(9)(6)(+3)(-10)$
j. $(-3)(-1)(-6)(-2)(3)(0)$

4. Resolver aplicando la propiedad distributiva

a. $(-3)[(-4) + (-2)]$
b. $(+5)[-8 - 6]$
c. $6 \times [(-3) - (-2)]$
d. $(-7)[(+4) - (-9)]$
e. $[(+15) + (+3)] \times 2$
f. $[(-2) - (-6)] \times (-10)$
g. $[(-3) - (+4)](-6)$
h. $[(-15) + (-2)](+3)$

5. Expresar cada producto como dos divisiones distintas

a. $(15)(2) = 30$
b. $(+12)(+3) = +36$
c. $(-9)(-8) = 72$
d. $(-7)(-13) = +91$
e. $(-5)(6) = -30$
f. $(-14)(+8) = -112$
g. $22 \times (-3) = -66$
h. $(+18) \times (-4) = -72$

6. Solucionar el siguiente problema

Tres amigos crearon una microempresa pero al finalizar el año observaron un balance negativo, en el que las pérdidas ascendieron a $210.000, ¿cuál debe ser el aporte de cada uno, si deben responder por las pérdidas en partes iguales?

7. Aplicar la propiedad distributiva para calcular el resultado de cada operación.

a. $(24 - 12) \div 2$
b. $(-18 - 6) \div -3$
c. $(36 - 4 - 12) \div 4$
d. $(-27 - 3 + 12 + 6) \div 3$
e. $(100 - 55 + 35) \div (-5)$
f. $(81 - 27 + 99) \div 9$
g. $(-72 + 64 - 16) \div (-8)$
h. $(-17 + 34 - 51) \div (-17)$
i. $(15 - 30 + 45) \div (-15)$
j. $(-60 + 30 - 20) \div (-10)$
k. $(144 - 60 - 12) \div (-12)$

Bibliografía: Santillana. Aritmética y Geometría, Matemáticas CEI 3, Serie de Formación Integral.

Educador: Juan Carlos Duarte Giraldo
Institución: Presbítero Luís Rodolfo Gómez